

Discussão

Otávio quer descobrir o número que deve ser escrito nas três fichas restantes, de modo que, ao colocá-las no tabuleiro,

Regra 1) os números das fichas em cada linha não se repitam;

Regra 2) os números das fichas em cada coluna não se repitam;

Regra 3) as somas dos números em cada uma das duas diagonais sejam iguais.



Para iniciarmos a discussão, vejamos como estes números podem ser colocados de forma que as regras 1 e 2 sejam cumpridas.

Se a ficha de número 5 for colocada no centro do tabuleiro, os lugares sombreados não poderão ser ocupados por outras fichas de número 5. A imagem ao lado ilustra as duas maneiras de colocar as fichas de número 5 no tabuleiro, satisfazendo as regras 1 e 2. Observemos que, em cada caso, essas fichas formam uma diagonal do tabuleiro.



Com as fichas de número 5 formando uma diagonal, há quatro maneiras de colocar as outras fichas, respeitando as regras 1 e 2, como ilustrado abaixo.



Da mesma forma que distribuimos as fichas de número 5 nas diagonais, podemos distribuir as fichas de número 8 ou as fichas com o número desconhecido. Desta forma, verificamos que, para cumprir as regras 1 e 2, uma das diagonais do tabuleiro deverá ter fichas de

mesmo número e, conseqüentemente, a outra diagonal terá fichas de três números diferentes.

A partir disso, analisaremos a seguir como podemos cumprir a regra 3, em que as somas dos números em cada uma das duas diagonais sejam iguais.

- Fichas de número 5 numa das diagonais.

Neste caso, temos uma diagonal preenchida com as fichas de número 5, e a outra com as fichas de números 5, 8 e uma ficha com o número desconhecido. Para que as somas em ambas diagonais sejam as mesmas, devemos ter

$$\begin{aligned}5 + 5 + 5 &= 5 + 8 + ? \\15 &= 5 + 8 + 2\end{aligned}$$

Portanto, o número desconhecido deve ser 2.

- Fichas de número 8 numa das diagonais.

Neste caso, temos uma diagonal preenchida com as fichas de número 8, e a outra com as fichas de números 5, 8 e uma ficha com o número desconhecido. Para que as somas em ambas diagonais sejam as mesmas, devemos ter

$$\begin{aligned}8 + 8 + 8 &= 5 + 8 + ? \\24 &= 5 + 8 + 11\end{aligned}$$

Portanto, o número desconhecido deve ser 11.

- Fichas com o número desconhecido numa das diagonais.

Neste caso, a soma dos números na diagonal com fichas de número desconhecido deve ser igual à soma dos números da outra diagonal.

$$\begin{aligned}\cancel{?} + \cancel{?} + \cancel{?} &= 5 + 8 + \cancel{?} \\? + ? &= 13\end{aligned}$$

Entretanto, a igualdade acima nos indica que o número da ficha não será um número natural. Portanto, o número das fichas pode ser 2 ou 11.

Elaborado na UFMG por Aniura Milanés Barrientos,
Bianca Silva Andrade,
Carmen Rosa Giraldo Vergara,
Leandro Augusto Rodrigues Araújo,
Nora Olinda Cabrera Zúñiga,
e Taciany da Silva Pereira Melo.